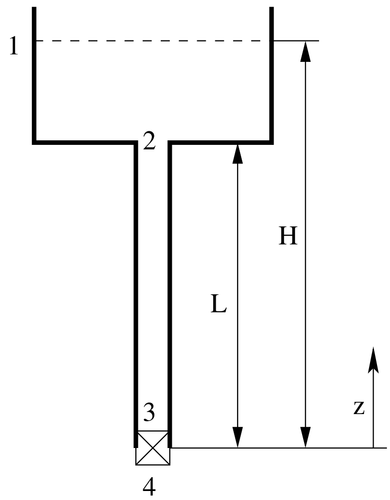
Mechanik der Kontinua

Prof. J. L. van Hemmen

19. **Wasserreservoir mit instationärer Strömung**



An einem großen, oben offenen Wasserreservoir ist ein Fallrohr der Länge L mit Querschnitt A_2 senkrecht angebracht. Das Rohr wird mit einem kleinen Ventil am Ende während der Schließzeit T so geschlossen, dass der Volumenstrom linear bis auf null abnimmt. Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf des Druckes $p_3(t)$ vor dem Ventil und der Geschwindigkeit $v_4(t)$ der Strömung unter dem Ventil.
Hinweis: Verwenden Sie die Bernoulli'sche Gleichung für instationäre Strömungen.

20. **Transporttheoreme**

1. Zeigen Sie: Sei f eine beliebige differenzierbare Feldgröße (Funktion vom Ort, d.h. $f : (\boldsymbol{x}, t) \mapsto f(\boldsymbol{x}, t) \in \mathbb{R}$), dann gilt zum Zeitpunkt $t = 0$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int\limits_{W_t} \varrho f \, \mathrm{d}V = \int\limits_{W} \varrho D_t f \, \mathrm{d}V \tag{1}$$

und

2. $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int\limits_{W_t} f \, \mathrm{d}V = \frac{\partial}{\partial t} \int\limits_{W} f \, \mathrm{d}V + \int\limits_{\partial W} f \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A} \, . \tag{2}$$

   Gleichung (2) heißt das Reynolds'sche Transporttheorem.

3. Interpretieren Sie (2) anschaulich.
4. Zeigen Sie, dass, falls die Volumenkräfte $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t) = -\mathrm{grad}\, U(\boldsymbol{x})$ sind (stationäre Potentialkräfte), gilt

$$\int\limits_{W} \boldsymbol{v} \cdot \varrho \boldsymbol{f} \mathrm{d}V = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int\limits_{W_t} \varrho U \, \mathrm{d}V \tag{3}$$

5. Interpretieren Sie (3) anschaulich.

21. **Wirbellinie**

Zeigen Sie mit Hilfe von

$$\boldsymbol{\omega}(\varphi_t(\boldsymbol{x}), t) = \partial\varphi_t(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}, 0) \tag{4}$$

aus der Vorlesung, dass bei einer idealen inkompressiblen Flüssigkeit eine Wirbellinie C unter der Bewegung eine Wirbellinie bleibt, dass also C_t auch eine Wirbellinie ist.