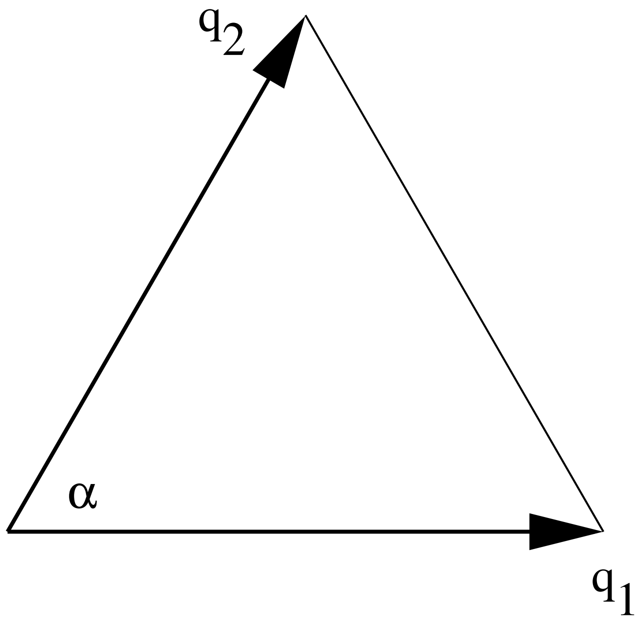
Mechanik der Kontinua

Prof. J. L. van Hemmen

29. **Dreieckiges Rohr**



Die Abbildung zeigt einen Schnitt durch ein dreieckiges Rohr, gefüllt mit einem inkompressiblen Newton'schen Fluid. Die Rohrwände sind parallel zur z-Achse. Die Länge des Rohres sei H. Der Druck in der gezeigten Schnittebene (x-y-Ebene an der Stelle $z = 0$) sei null, der Druck am Ende des Rohres an der Stelle $z = H$ sei Δp. Zwei Wände bilden den Winkel α. Die Koordinaten (q_1, q_2, q_3), q_3 entlang der z-Achse, bilden ein schiefwinkliges Koordinatensystem, wie eingezeichnet.

1. Wie lauten die Kontinuitätsgleichung und die Navier-Stokes-Gleichung in den q-Koordinaten?
2. Wir betrachten im Folgenden den Spezialfall, dass der Querschnitt des Rohres ein gleichseitiges Dreieck bildet mit Kantenlänge L ($\alpha = 60°$). Wie lauten die Randbedingungen in q-Koordinaten?
3. Geben Sie eine stationäre Lösung der Navier-Stokes- und Kontinuitätsgleichungen (ohne Gravitation) in q-Koordinaten an, welche die Randbedingungen erfüllt.

30. **Bewegte Kugel**

In einer reibungsfreien, inkompressiblen Flüssigkeit bewegt sich eine Kugel (Radius a) mit Geschwindigkeit $\boldsymbol{w}$. Der Mittelpunkt der Kugel sei gerade am Ursprung. Prüfen Sie nach, dass sich im stationären Fall in der Flüssigkeit ein Geschwindigkeitsfeld

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}) = -\text{grad}\,\Phi(\boldsymbol{r})\,, \tag{1}$$

ausbildet, wobei

$$\Phi(\boldsymbol{r}) = \frac{a^3}{2|\boldsymbol{r}|^3}\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{r}\,. \tag{2}$$

Hinweise:

- Berücksichtigen Sie dabei auch, dass eine Lösung für den Druck existieren muss.
- Es ist

$$\nabla(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}\times(\nabla\times\boldsymbol{b}) + \boldsymbol{b}\times(\nabla\times\boldsymbol{a}) + (\boldsymbol{a}\cdot\nabla)\boldsymbol{b} + (\boldsymbol{b}\cdot\nabla)\boldsymbol{a}\,. \tag{3}$$