

Theoretische Biophysik I

Prof. J. L. van Hemmen

3. Logistische Abbildung II

Betrachten Sie die logistische Abbildung

$$x_{t+1} = f_r(x_t) := rx_t(1 - x_t) \quad \text{für } r \in]0, 4], x_t \geq 0 \quad (1)$$

aus Aufgabe 1, Blatt 1.

- (a) Erzeugen Sie numerisch das Bifurkationsdiagramm. Das Bifurkationsdiagramm ist die Vereinigungsmenge aller Grenzzyklen in Abhängigkeit des Parameters r .
- (b) Zeigen Sie, dass die Abbildung für $r = 4$ chaotisch ist.
Anleitung: Transformieren Sie $f_4(x_t)$ auf die Zeltabbildung

$$x_{t+1} = \Delta(x_t) = \begin{cases} 2x_t & \text{für } 0 \leq x_t < \frac{1}{2} \\ 2(1 - x_t) & \text{für } \frac{1}{2} \leq x_t < 1 \end{cases} \quad (2)$$

und zeigen Sie, dass diese den Ljapunow-Exponenten $\lambda = \ln 2$ hat.
Hinweis: Die benötigte Transformation lautet $h(x) = \frac{2}{\pi} \arcsin \sqrt{x}$.