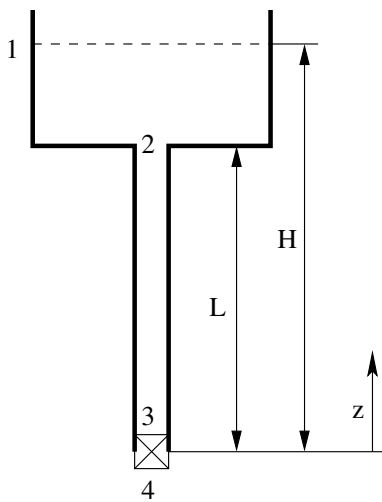


Mechanik der Kontinua

Prof. J. L. van Hemmen

21. Wasserreservoir mit instationärer Strömung



An einem großen, oben offenen Wasserreservoir ist ein Fallrohr der Länge L mit Querschnitt A_2 senkrecht angebracht. Das Rohr wird mit einem kleinen Ventil am Ende während der Schließzeit T so geschlossen, dass der Volumenstrom linear bis auf null abnimmt. Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf des Druckes $p_3(t)$ vor dem Ventil und der Geschwindigkeit $v_4(t)$ der Strömung unter dem Ventil.

Hinweis: Verwenden Sie die Bernoulli'sche Gleichung für instationäre Strömungen.

22. Transporttheoreme

1. Zeigen Sie: Sei f eine beliebige differenzierbare Feldgröße (Funktion vom Ort), dann gilt zum Zeitpunkt $t = 0$

$$\frac{d}{dt} \int_{W_t} \varrho f \, dV = \int_W \varrho D_t f \, dV \quad (1)$$

und

2.
$$\frac{d}{dt} \int_{W_t} f \, dV = \frac{d}{dt} \int_W f \, dV + \int_{\partial W} f \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A}. \quad (2)$$

Gleichung (2) heißt das Reynolds'sche Transporttheorem.

3. Interpretieren Sie (2) anschaulich.
4. Zeigen Sie, dass, falls die Volumenkräfte $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = -\text{grad } U(\mathbf{x})$ sind (stationäre Potentialkräfte), gilt

$$\int_W \mathbf{v} \cdot \varrho \mathbf{f} \, dV = -\frac{d}{dt} \int_{W_t} \varrho U \, dV \quad (3)$$

5. Interpretieren Sie (3) anschaulich.

23. Wirbellinie

Zeigen Sie mit Hilfe von

$$\boldsymbol{\omega}(\varphi_t(\mathbf{x}), t) = \partial\varphi_t(\mathbf{x}) \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, 0) \quad (4)$$

aus der Vorlesung, dass bei einer idealen inkompressiblen Flüssigkeit eine Wirbellinie C unter der Bewegung eine Wirbellinie bleibt, dass also C_t auch eine Wirbellinie ist.