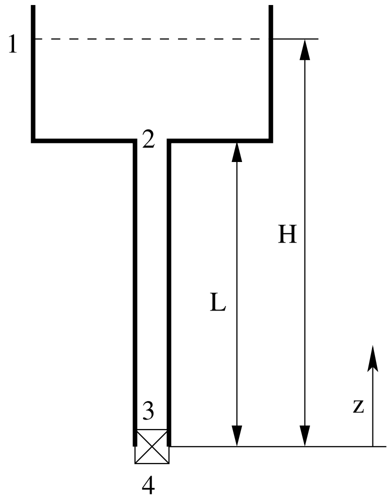
Mechanik der Kontinua

Prof. J. L. van Hemmen

21. **Wasserreservoir mit instationärer Strömung**



An einem großen, oben offenen Wasserreservoir ist ein Fallrohr der Länge L mit Querschnitt A_2 senkrecht angebracht. Das Rohr wird mit einem kleinen Ventil am Ende während der Schließzeit T so geschlossen, dass der Volumenstrom linear bis auf null abnimmt. Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf des Druckes $p_3(t)$ vor dem Ventil und der Geschwindigkeit $c_4(t)$ der Strömung unter dem Ventil.
Hinweis: Verwenden Sie die Bernoulli'sche Gleichung für instationäre Strömungen.

22. **Transporttheoreme**

1. Zeigen Sie: Sei f eine beliebige differenzierbare Feldgröße (Funktion vom Ort), dann gilt zum Zeitpunkt $t = 0$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int\limits_{W_t} \varrho f \,\mathrm{d}V = \int\limits_{W} \varrho D_t f \,\mathrm{d}V \tag{1}$$
und
2.
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int\limits_{W_t} f \,\mathrm{d}V = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int\limits_{W} f \,\mathrm{d}V + \int\limits_{\partial W} f \boldsymbol{v} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} \,. \tag{2}$$
Gleichung (2) heißt das Reynolds'sche Transporttheorem.
3. Interpretieren Sie (2) anschaulich.
4. Zeigen Sie, dass, falls die Volumenkräfte $f(\boldsymbol{x}, t) = \operatorname{grad} U(\boldsymbol{x})$ sind (stationäre Potentialkräfte), gilt
$$\int\limits_{W} \boldsymbol{v} \cdot \varrho \boldsymbol{f} \mathrm{d}V = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int\limits_{W_t} \varrho U \,\mathrm{d}V \tag{3}$$
5. Interpretieren Sie (3) anschaulich.

23. **Wirbellinie**

Zeigen Sie mit Hilfe von

$$\boldsymbol{\omega}(\varphi_t(\boldsymbol{x}), t) = \partial\varphi_t(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}, 0) \tag{4}$$

aus der Vorlesung, dass bei einer idealen inkompressiblen Flüssigkeit eine Wirbelinie C unter der Bewegung eine Wirbellinie bleibt, dass also C_t auch eine Wirbellinie ist.