

## Mechanik der Kontinua

Prof. J. L. van Hemmen

### 14. Hydrostatik

1. Wie lauten die Euler'schen Gleichungen für den hydrostatischen Fall ( $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0}$ )?
2. Für ein Gas gelte die Zustandsgleichung  $T = f(p, \varrho)$ . Zeigen Sie dass, falls die Massenkraftdichte  $\mathbf{f}$  rotationsfrei ist ( $\mathbf{f} = \text{grad } U$ ), die Massenkraftdichte und die Dichte-, Druck- und Temperaturgradienten in jedem Punkt parallel sind:

$$\mathbf{f} \parallel \text{grad } \varrho \parallel \text{grad } p \parallel \text{grad } T .$$

Hinweis: Bilden Sie dazu  $\text{rot } (\varrho \mathbf{f})$ .

3. Man zeige: In einem Gas herrscht im hydrostatischen Fall auf Äquipotentialflächen ( $U = \text{const.}$ ) konstanter Druck, konstante Dichte und konstante Temperatur. (Was gilt für eine inkompressible Flüssigkeit?)

### 15. Ausströmungsgeschwindigkeit einer Flüssigkeit

1. Berechnen Sie aus der Euler'schen Gleichung

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \circ \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{f} - \frac{1}{\varrho} \nabla p$$

die stationäre Ausströmungsgeschwindigkeit einer Flüssigkeit aus einer kleinen Öffnung im Boden eines bis zur Höhe  $h$  gefüllten Gefäßes.

2. Man mache sich klar, dass die kinetische Energie der ausströmenden Flüssigkeit dem Verlust an potentieller Energie der Flüssigkeit im Gefäß entspricht.

### 16. Ausströmungsgeschwindigkeit eines Gases

1. Berechnen Sie aus den Euler'schen Gleichungen die stationäre Ausströmungsgeschwindigkeit eines Gases, das aus einem Druckbehälter mit Innendruck  $p_1$  in die Umgebung mit Druck  $p_0$  strömt. Dabei gelte die Boyle-Mariott'sche Zustandsgleichung.
2. Man mache sich klar, dass die Energie dabei erhalten bleibt.