

## Übung zur theoretischen Physik neuronaler Informationsverarbeitung (Prof. J. L. van Hemmen)

### Aufgabe 1: Goldman-Gleichung

Die Goldman-Gleichung beschreibt das Membranpotential  $V_m$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$ , den Ionenkonzentrationen  $c_i(X)$  des Ions  $X$  innen und  $c_a(X)$  außen sowie den Permeabilitäten  $P_X$ . Für die Ionen  $X \in \{K^+, Na^+, Cl^-\}$  lautet sie

$$V_m = \frac{RT}{F} \ln \left[ \frac{P_K c_a(K^+) + P_{Na} c_a(Na^+) + P_{Cl} c_i(Cl^-)}{P_K c_i(K^+) + P_{Na} c_i(Na^+) + P_{Cl} c_a(Cl^-)} \right]$$

Zeigen Sie, dass falls  $P_K = P_{Cl}$  und  $P_{Na} = 0$  und ein Donnan-Gleichgewicht

$$\frac{c_a(K^+)}{c_i(K^+)} = \frac{c_i(Cl^-)}{c_a(Cl^-)}$$

vorliegt, das Potential  $V_m$  gleich dem Nernst-Potential sowohl für  $K^+$  also auch  $Cl^-$  ist.

Was gilt für *beliebige* Permeabilitäten?

### Aufgabe 2: Ladung und Konzentration

Betrachten wir eine Zelle als Kugelkondensator (Radius  $r = 10 \mu\text{m}$ , Membrandicke  $d = 7 \text{ nm}$ , die Dielektrizitätskonstante der Membran sei mit  $\epsilon_r = 1$  angenommen).

Die Membranspannung sei zunächst 0. Welche Überschuss-Konzentration an (einfach geladenen)  $X^-$ -Ionen ist im Inneren notwendig, um eine Membranspannung  $V_m = -70 \text{ mV}$  zu erreichen?

### Aufgabe 3: Donnan-Gleichgewicht

Eine Zellwand sei nur für  $K^+$  und  $Cl^-$ -Ionen gleichermaßen und für  $Na^+$  nicht permeabel. Die Anfangskonzentrationen im Inneren der Zelle seien  $c_i(Na^+) = 0.05 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ ,  $c_i(K^+) = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$  und  $c_i(Cl^-) = 0.15 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ , im Außenraum  $c_a(Na^+) = 0.5 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ ,  $c_a(K^+) = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$  und  $c_a(Cl^-) = 0.6 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ .

Warum ist die Summe der Ladung aller Ionen im Außen- und Innenraum jeweils ungefähr gleich 0 (Quasineutralität)?

Berechnen Sie die Gleichgewichtskonzentrationen und das Membranpotential, wenn das Zellvolumen sehr viel kleiner als das Außenvolumen ist.