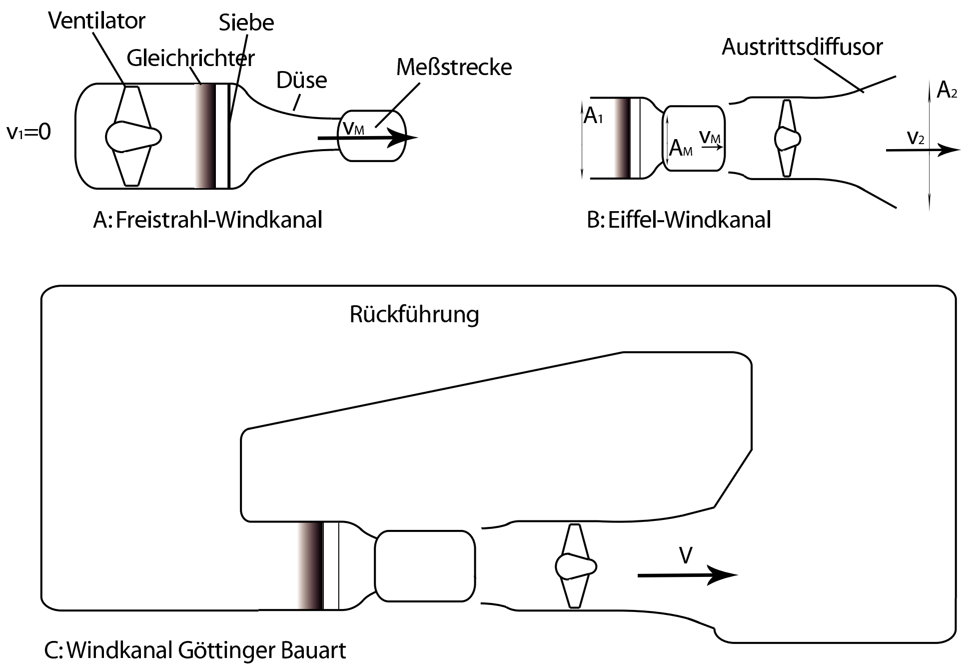
Mechanik der Kontinua

Prof. J. L. van Hemmen

31. Windkanal



Windkanäle haben ein Gebläse (Ventilator), welches den Luftstrom erzeugt. Gleichrichter und Siebeinheit machen die Strömung laminar und homogen in den relevanten Rohrquerschnitten. In der Messstrecke befinden sich die zu untersuchenden Objekte. Prinzipiell unterscheidet man drei Arten, siehe Skizze:

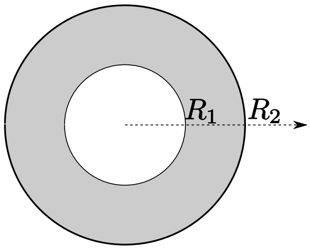
- A: Freistrahl-Windkanal
- B: Eiffel-Windkanal
- C: Windkanal Göttinger Bauart (nach Prandtl; vgl. auch die Abbildung in der U-Bahn-Station Garching Forschungsgelände)

Rechnen Sie unter Annahme einer inkompressiblen Strömung.

1. Die Strömungsgeschwindigkeit in der Messstrecke sei v_M, der Querschnitt der Messstrecke A_M. Wenn die Druckdifferenz zwischen dem Querschnitt unmittelbar nach und unmittelbar vor dem Gebläse Δp beträgt, wie hoch ist dann die Leistungsaufnahme des Gebläses?

2. Berechnen Sie die Druckdifferenz zwischen dem Querschnitt unmittelbar vor und unmittelbar hinter dem Gebläse für alle drei Windkanaltypen in Abhängigkeit von v_M, A_M und, im Fall C, von A_2. Der Druckverlust durch die Einbauten in der Messstrecke sei $\Delta p_M = a\varrho\frac{v_M^2}{2}$. Ansonsten kann die Strömung *innerhalb der Anordnung* als reibungsfrei, laminar und homogen in jedem Querschnitt angenommen werden. Nahmen Sie im Fall C an, dass die Strömungsgeschwindigkeit nach dem Gebläse sowie beim Eintritt in den Gleichrichter gleich v ist.

32. **Flüssigkeit zwischen zwei Röhren**



Zwischen zwei kreisförmigen Röhren der Länge L mit Radien $R_1 < R_2$ befinde sich eine inkompressible Newton'sche Flüssigkeit mit kinematischer Viskosität ν, wie in der Skizze. Die Flüssigkeit wird durch eine Druckdifferenz Δp zwischen den Rohrenden getrieben.

Berechnen Sie das sich im stationären Fall zwischen den Röhren ausbildende Geschwindigkeits- und Druckfeld. Nehmen Sie eine laminare Strömung an und vernachlässigen Sie die Schwerkraft.

Hinweis (Herleitung ist nicht verlangt): Die Navier-Stokes-Gleichungen in (normierten) Zylinderkoordinaten (r, φ, h) (Geschwindigkeitsfeld $\boldsymbol{v}$, Volumenkräfte $\boldsymbol{g}$, Druck p, kinematische Viskosität ν) lauten

$$\partial_t \boldsymbol{v} + \left(v_r\partial_r + \frac{v_\varphi}{r}\partial_\varphi + v_z\partial_z\right)\begin{pmatrix} v_r \\ v_\varphi \\ v_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{v_\varphi^2}{r} \\ \frac{v_r v_\varphi}{r} \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \boldsymbol{g} - \frac{1}{\varrho}\begin{pmatrix} \partial_r \\ \frac{1}{r}\partial_\varphi \\ \partial_h \end{pmatrix} p + \nu \begin{pmatrix} \partial_r^2 v_r + \frac{1}{r^2}\partial_\varphi^2 v_r + \partial_h^2 v_r + \frac{1}{r}\partial_r v_r - \frac{2}{r^2}\partial_\varphi v_\varphi - \frac{v_r}{r^2} \\ \partial_r^2 v_\varphi + \frac{1}{r^2}\partial_\varphi^2 v_\varphi + \partial_h^2 v_\varphi + \frac{1}{r}\partial_r v_\varphi + \frac{2}{r^2}\partial_\varphi v_r - \frac{v_\varphi}{r^2} \\ \partial_r^2 v_h + \frac{1}{r^2}\partial_\varphi^2 v_h + \partial_h^2 v_h + \frac{1}{r}\partial_r v_h \end{pmatrix}, \quad (1)$$

die Divergenz lautet

$$\partial_r v_r + \frac{1}{r}v_r + \frac{1}{r}\partial_\varphi v_\varphi + \partial_z v_z\,, \quad (2)$$