

Mechanik der Kontinua

Prof. J. L. van Hemmen

6. Exponentialreihe

Sei D eine $\mathbb{R}^{d \times d}$ -Matrix. Zeigen Sie:

1. Die Reihe

$$e^D := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{D^k}{k!}$$

konvergiert.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} (I + \frac{1}{n}D)^n = e^D$

7. Gaußscher Integralsatz

Beweisen Sie den Gaußschen Integralsatz für

1. den Spezialfall des Geschwindigkeitsfelds in einer zylindrischen Röhre (Achse ist die x -Achse), die von einer Flüssigkeit mit Geschwindigkeit $\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{v}(x, y, z) = (v(x), 0, 0)$ durchströmt wird. Das Integrationsvolumen sei der Zylinder.
Warum ist bei einer inkompressiblen Flüssigkeit $\operatorname{div} \mathbf{v}(\mathbf{x}) = 0$?
Warum gilt für die Dichte

$$\frac{\partial \varrho(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\operatorname{div} [\varrho(\mathbf{x}, t)\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)]?$$

2. ein beliebiges Vektorfeld $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ und einen achsparallelen Quader als Integrationsvolumen.