

**Übung zur theoretischen Physik neuronaler Informationsverarbeitung**  
(Prof. J. L. van Hemmen)

**Aufgabe 1: Green'sche Funktionen, lineare Überlagerung von EPSPs**

Gegeben sei die (dimensionslose) Kabelgleichung

$$\partial_t V = \partial_x^2 V - V + I \quad 0 < x < L, 0 < t \quad (1)$$

(Membranspannung  $V(x, t)$ , Inputstrom  $I(x, t)$ ) mit den Randbedingungen für die Orte  $x = 0$  und  $x = L$  und der Anfangsbedingung für die Zeit  $t = 0$ :

$$\alpha_1 V(0, t) + \beta_1 \partial_x V(0, t) = 0 \quad (2)$$

$$\alpha_2 V(L, t) + \beta_2 \partial_x V(L, t) = 0 \quad (3)$$

$$V(x, 0) = v(x) \quad 0 \leq x \leq L. \quad (4)$$

Dann ist die Green'sche Funktion  $G(x, y, t)$  für Gleichung (1) mit den Randbedingungen (2) und (3) definiert als die Lösung der Gleichung:

$$\partial_t G = \partial_x^2 G - G + \delta(x - y) \delta(t) \quad 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq L, 0 \leq t \quad (5)$$

$G(x, y, t)$  soll hier die gleichen Randbedingungen wie  $V(x, t)$  und die Anfangsbedingung  $G(x, y, t) = 0$  für  $t < 0$  erfüllen.

Wenn wir nun  $G(x, y, t)$  kennen, kann die Membranspannung  $V(x, t)$  für beliebige Ströme  $I(x, t)$  ausgerechnet werden:

$$V(x, t) = \int_0^L G(x, y, t) v(y) dy + \int_0^L \int_0^t G(x, y, t - s) I(y, s) ds dy \quad (6)$$

1. Zeigen Sie, dass  $V(x, t)$  aus (6) die Randbedingungen und die Anfangsbedingung für  $V(x, 0)$  erfüllt.
2. Zeigen Sie, daß  $V(x, t)$  aus (6) die partielle lineare Differentialgleichung (1) erfüllt für  $t > 0$ . (Hinweis: Zeigen Sie zunächst  $\frac{\partial}{\partial t} \int_0^t f(s, t) ds = f(t, t) + \int_0^t \frac{\partial f(s, t)}{\partial t} ds$ .)
3. Am Ort einer Synapse  $x = 0$  kommt jetzt ein Spiketrain an. (eine Serie von  $N$  Aktionspotentialen zu den Zeiten  $t^f$ ,  $f = 1, \dots, N$ ). Jedes Aktionspotential des Spiketrains löst einen Strompuls der gleichen Form  $I^f(0, t) = \alpha(t - t^f)$  aus. Wie sieht der Response auf den Spiketrain an einem festen Ort  $x = L$  (z.B. am Soma) aus?