

Übung zur theoretischen Physik neuronaler Informationsverarbeitung (Prof. J. L. van Hemmen)

Aufgabe 1: Goldman-Gleichung

Die Goldman-Gleichung beschreibt das Membranpotential V_m in Abhängigkeit von der Temperatur T , den Ionenkonzentrationen $c_i(X)$ des Ions X innen und $c_a(X)$ außen sowie den Permeabilitäten P_X . Für die Ionen $X \in \{K^+, Na^+, Cl^-\}$ lautet sie

$$V_m = \frac{RT}{F} \ln \left[\frac{P_K c_a(K^+) + P_{Na} c_a(Na^+) + P_{Cl} c_i(Cl^-)}{P_K c_i(K^+) + P_{Na} c_i(Na^+) + P_{Cl} c_a(Cl^-)} \right]$$

Zeigen Sie, dass falls $P_K = P_{Cl}$ und $P_{Na} = 0$ und ein Donnan-Gleichgewicht

$$\frac{c_a(K^+)}{c_i(K^+)} = \frac{c_i(Cl^-)}{c_a(Cl^-)}$$

vorliegt, das Potential V_m gleich dem Nernst-Potential sowohl für K^+ also auch Cl^- ist.

Aufgabe 2: Ladung und Konzentration

Betrachten wir eine Zelle als Kugelkondensator (Radius $r = 10 \mu\text{m}$, Membrandicke $d = 7 \text{ nm}$, die Dielektrizitätskonstante der Membran sei mit $\epsilon_r = 1$ angenommen).

Die Membranspannung sei zunächst 0. Welche Überschuss-Konzentration an (einfach geladenen) X^- -Ionen ist im Inneren notwendig, um eine Membranspannung $V_m = -70 \text{ mV}$ zu erreichen?

Aufgabe 3: Donnan-Gleichgewicht

Eine Zellwand sei nur für K^+ und Cl^- -Ionen gleichermaßen und für Na^+ nicht permeabel. Die Anfangskonzentrationen im Inneren der Zelle seien $c_i(Na^+) = 0.05 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$, $c_i(K^+) = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ und $c_i(Cl^-) = 0.15 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$, im Außenraum $c_a(Na^+) = 0.5 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$, $c_a(K^+) = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ und $c_a(Cl^-) = 0.6 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$.

Warum ist die Summe der Ladung aller Ionen im Außen- und Innenraum jeweils ungefähr gleich 0 (Quasineutralität)?

Berechnen Sie die Gleichgewichtskonzentrationen und das Membranpotential, wenn das Zellvolumen sehr viel kleiner als das Außenvolumen ist.