Physik Department
TU München
Theoretische Physik

SoSe 2006
Übungsblatt 3
26.5.2006

Übung zur theoretischen Physik neuronaler Informationsverarbeitung

(Prof. J. L. van Hemmen)

Aufgabe 1: Green'sche Funktionen, lineare Überlagerung von EPSPs

Gegeben sei die (dimensionslose) Kabelgleichung

$$\partial_t V = \partial_x^2 V - V + I \qquad 0 < x < L,\, 0 < t \tag{1}$$

(Membranspannung $V(x,t)$, Inputstrom $I(x,t)$) mit den Randbedingungen für die Orte $x = 0$ und $x = L$ und der Anfangsbedingung für die Zeit $t = 0$:

$$\alpha_1 V(0,t) + \beta_1 \partial_x V(0,t) = 0 \tag{2}$$

$$\alpha_2 V(L,t) + \beta_2 \partial_x V(L,t) = 0 \tag{3}$$

$$V(x,0) = \upsilon(x) \qquad 0 \le x \le L\,. \tag{4}$$

Dann ist die Green'sche Funktion $G(x,y,t)$ für Gleichung (1) mit den Randbedingungen (2) und (3) definiert als die Lösung der Gleichung:

$$\partial_t G = \partial_x^2 G - G + \delta(x-y)\,\delta(t) \qquad 0 \leqslant x \leqslant L,\, 0 \leqslant y \leqslant L,\, 0 \leqslant t \tag{5}$$

$G(x,y,t)$ soll hier die gleichen Randbedingungen wie $V(x,t)$ und die Anfangsbedingung $G(x,y,t) = 0$ für $t < 0$ erfüllen.

Wenn wir nun $G(x,y,t)$ kennen, kann die Membranspannung $V(x,t)$ für beliebige Ströme $I(x,t)$ ausgerechnet werden:

$$V(x,t) = \int_0^L G(x,y,t)\,\upsilon(y)\,dy + \int_0^L \int_0^t G(x,y,t-s)\,I(y,s)\,ds\,dy \tag{6}$$

1. Zeigen Sie, dass $V(x,t)$ aus (6) die Randbedingungen und die Anfangsbedingung für $V(x,0)$ erfüllt.
2. Zeigen Sie, daß $V(x,t)$ aus (6) die partielle lineare Differentialgleichung (1) erfüllt für $t > 0$. (Hinweis: Zeigen Sie zunächst $\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t f(s,t)\,ds = f(t,t) + \int_0^t \frac{\partial f(s,t)}{\partial t}\,ds$.)
3. Am Ort einer Synapse $x = 0$ kommt jetzt ein Spiketrain an. (eine Serie von N Aktionspotentialen zu den Zeiten t^f, $f = 1, \ldots, N$). Jedes Aktionspotential des Spiketrains löst einen Strompuls der gleichen Form $I^f(0,t) = \alpha(t - t^f)$ aus. Wie sieht der Response auf den Spiketrain an einem festen Ort $x = L$ (z.B. am Soma) aus?

Bitte wenden.

Aufgabe 2: Kabelgleichung

Die Kabelgleichungen für $C_m = 0$ lauten

$$\partial_x V(x) = -R_i i_\ell(x) \tag{7}$$

$$\partial_x i_\ell(x) = -\frac{1}{R_m} V(x) \tag{8}$$

Schreiben Sie dieses Differenzialgleichungssystem erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten als

$$\partial_x \boldsymbol{y}(x) = A\boldsymbol{y}(x)\,,$$

mit $y \in \mathbb{R}^2$ und $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$.

Berechnen Sie die allgemeine Lösung.

Besprechung der Übungen am Freitag, den **16**.6.2006 um 9.15 Uhr im Raum PH 2271 (Garching).

Übungsleitung:
Moritz Franosch, mail@Franosch.org, http://www.physik.tu-muenchen.de/lehrstuehle/T35/.